

FORMALE LOGIK I

Berlin, 20. Oktober 1908

Es ist gleichsam als Episode schon über die Beziehung zwischen Anthroposophie und Philosophie gesprochen worden; heute wollen wir sprechen über ziemlich elementare Dinge der sogenannten formalen Logik. Es wird trotz alles Elementaren unserer heutigen Betrachtung vielleicht nicht unnütz sein, wenn wir zwischen unsere Ausblicke in höhere Welten uns auch einmal in ein philosophisches Kapitel einlassen. Es ist nicht gemeint, daß ein solcher Vortrag direkt etwas bieten könnte für das Eindringen in die höheren Welten. Das kann eine logische Betrachtung ebensowenig, wie die formale Logik die Erfahrung auf sinnlichen Gebieten bereichern kann. Jemand, der zum Beispiel noch nie einen Walfisch gesehen hat, kann sich nicht beweisen lassen, daß es einen solchen gibt. Er muß die Beobachtung selber machen. Aber gerade die Erkenntnis der Grenzgebiete wird der Anthroposophie nützlich sein, wie die Logik etwa beispielsweise nützlich war den Scholastikern. Die Philosophen des Mittelalters, die man heute etwas verächtlich unter dem Namen der Scholastiker zusammenfaßt, betrachteten die Logik auch nicht als Selbstzweck, sie diente nicht dazu, etwas Inhaltliches zu erlernen. Lehrgut, Lehrinhalt war vielmehr entweder die Sinnesbeobachtung oder die Offenbarung, welche durch göttliche Gnade gewonnen wird. Aber obgleich nach Meinung der Scholastiker die Logik ganz ohnmächtig war, die Erfahrung zu bereichern, so wurde sie doch von ihnen angesehen als ein wichtiges Instrument zur Verteidigung. So soll sie auch für uns ein solches Instrument sein.

Man unterscheidet zwischen materieller und formaler Logik. Etwas Materielles, Inhaltvolles kann die Logik als solche gar nicht als ihren Gegenstand begreifen. Begriffe wie zum Beispiel *Zeit*, *Zahl*, *Gott* geben einen Inhalt, der nicht durch logische Schlüsse entsteht. Dagegen ist die Form des Denkens Aufgabe der Logik, sie bringt Ordnung in die Gedanken, sie lehrt, wie wir Begriffe verbinden müssen, die zu richtigen Schlüssen führen. Man darf wohl sagen,

daß die Logik in früheren Zeiten mehr geschätzt worden ist als heute. In den Gymnasien wurde früher philosophische Propädeutik, Logik und Psychologie getrieben. Der Unterricht zielte darauf hin, die Jünglinge zu einem disziplinierten, geordneten Denken zu führen; Propädeutik heißt Vorbereitung. Heute strebt man danach, diese ganze Art der Vorbereitung auszumerzen und sie an die Stillehre anzugliedern, weil man die Logik nicht mehr genügend respektiert. Das Denken, sagt man, sei dem Menschen angeboren; warum also in einem besonderen Unterrichtszweig erst noch das Denken lehren? Aber gerade in unserer Zeit ist es sehr nötig, hier Selbstbesinnung zu üben und sich wieder mehr mit formaler Logik zu beschäftigen.

Der Begründer der formalen Logik ist *Aristoteles*. Und was Aristoteles für die Logik getan hat, ist immer anerkannt worden, auch von *Kant*, der sagt, daß die formale Logik seit Aristoteles nicht viel weiter gekommen sei. Neuere Denker haben etwas hinzuzufügen gesucht. Wir wollen heute nicht prüfen, ob solche Hinzufügungen notwendig und berechtigt waren oder nicht. Wir müssen hier nur die Tragweite der Logik erkennen.

Es wird den Anthroposophen oft der Vorwurf gemacht, daß sie nicht logisch seien. Das kommt sehr oft daher, daß der Betreffende, der den Vorwurf macht, gar nicht weiß, was logisches Denken ist und welches die Gesetze logischen Denkens sind. Logik ist die Lehre von der richtigen, harmonischen Verbindung unserer Begriffe. Sie umfaßt die Gesetze, nach denen wir unsere Gedanken regeln müssen, damit wir im Inneren einen Spiegel der richtigen Verhältnisse des Wirklichen haben.

Da müssen wir uns zuerst darüber klar werden, was ein Begriff ist. Daß die Menschen sich so wenig darüber klar sind, was ein Begriff ist, daran ist wieder schuld der Mangel an Vertiefung in die Logik auf seiten der Gelehrsamkeit. Wenn wir einem Gegenstand gegenüber treten, so ist das, was sich zuerst abspielt, die Empfindung. Wir bemerken eine Farbe, einen Geschmack oder Geruch, und diesen Tatbestand, der sich da zwischen Mensch und Gegenstand abspielt, müssen wir zunächst als durch die Empfindung charakterisiert betrachten. Was in der Aussage liegt: Etwas ist warm, kalt und so wei-

ter, ist eine Empfindung. Diese reine Empfindung haben wir aber eigentlich im gewöhnlichen Leben gar nicht. Wir empfinden an einer roten Rose nicht nur die rote Farbe, sondern wenn wir in Wechselwirkung treten mit den Gegenständen, so haben wir immer gleich eine Gruppe von Empfindungen. Die Verbindung der Empfindungen «Rot, Duft, Ausdehnung, Form» nennen wir «Rose». Einzelne Empfindungen haben wir eigentlich nicht, sondern nur Gruppen von Empfindungen. Eine solche Gruppe kann man eine «Wahrnehmung» nennen.

In der formalen Logik muß man scharf unterscheiden zwischen Wahrnehmung und Empfindung. Wahrnehmung und Empfindung sind etwas durchaus Verschiedenes. Die Wahrnehmung ist das erste, was uns entgegentritt, sie muß erst zergliedert werden, um eine Empfindung zu haben. Das, was uns einen Seeleninhalt gibt, ist aber nicht das einzige. Die Rose zum Beispiel übt einen Eindruck auf uns aus: Rot, Duft, Form, Ausdehnung. Wenden wir uns ab von der Rose, so behalten wir in der Seele etwas zurück wie einen abgeblaßten Rest des Roten, des Duftes, der Ausdehnung, und so weiter. Dieser abgeblaßte Rest ist die Vorstellung. Man sollte nicht verwechseln Wahrnehmung und Vorstellung. Die Vorstellung eines Dinges ist das, wo das Ding nicht mehr dabei ist. Die Vorstellung ist schon ein Erinnerungsbild der Wahrnehmung.

Wir sind aber immer noch nicht zum Begriff gekommen. Die Vorstellung erhalten wir, indem wir uns *den* Eindrücken der Außenwelt aussetzen. Wir behalten dann als Bild die Vorstellung zurück. Die meisten Menschen kommen Zeit ihres Lebens nicht über die Vorstellung hinaus, sie dringen nicht vor zum eigentlichen Begriff. Was ein Begriff ist und wie er sich verhält zur Vorstellung, wird am besten gezeigt an einem Beispiel aus der Mathematik. Nehmen wir den Kreis. Wenn wir mit einem Kahn auf das Meer hinausfahren, bis dort, wo wir schließlich nichts weiter sehen als die Meeresfläche und den Himmel, *so* können wir, wenn es ganz ruhig ist, den Horizont wahrnehmen als einen Kreis. Schließen wir dann die Augen, so behalten wir von dieser Wahrnehmung als Erinnerungsbild die Vorstellung des Kreises zurück. Um zum *Begriff des Kreises*

zu kommen, müssen wir einen anderen Weg einschlagen. Wir dürfen keinen äußeren Anlaß für die Vorstellung suchen, sondern wir konstruieren im Geiste alle Punkte einer Fläche, welche von einem bestimmten festen Punkte gleich weit entfernt sind; wiederholen wir dies unzählige Male und verbinden im Geiste diese Punkte durch eine Linie, so baut sich vor unserem Geiste das Bild eines Kreises auf. Wir können auch mit Kreide an der Tafel eine Illustration dieses geistigen Bildes geben. Wenn wir uns nun dieses nicht durch äußere Eindrücke, sondern durch inneres Konstruieren entstandene Bild des Kreises vor Augen stellen und es vergleichen mit dem Bild der Meeresfläche und des Horizontes, das sich der äußeren Wahrnehmung darbot, so können wir finden, daß der innerlich konstruierte Kreis dem Bild der äußeren Wahrnehmung durchaus entspricht.

Wenn nun die Menschen wirklich logisch denken, im strengen logischen Sinne denken, so tun sie etwas anderes als äußerlich wahrnehmen und das Wahrgenommene sich wieder vergegenwärtigen; dies ist nur eine Vorstellung. Beim logischen Denken aber muß jeder Gedanke innerlich konstruiert sein, er muß ähnlich geschaffen sein, wie ich es eben am Beispiele des Kreises erklärt habe. Mit diesem inneren Gedankenbilde geht der Mensch dann erst an die äußere Wirklichkeit heran und findet Harmonie zwischen dem inneren Bilde und der äußeren Wirklichkeit. Die Vorstellung steht mit der äußeren Wahrnehmung in Verbindung, der Begriff ist entstanden durch inneres Konstruieren. Immer haben die Menschen so innerlich konstruiert, die wirklich logisch dachten. So hat *Kepler*, als er seine Gesetze aufstellte, diese innerlich konstruiert, und er fand sie dann in Harmonie mit der äußeren Wirklichkeit.

Der Begriff ist also nichts anderes als ein Gedankenbild, er hat seine Genesis, seinen Ursprung im Gedanken. Eine äußere Illustration ist nur eine Krücke, ein Hilfsmittel, um den Begriff anschaulich zu machen. Nicht durch äußere Wahrnehmung wird der Begriff gewonnen, er lebt zunächst nur in der reinen Innerlichkeit.

Unsere heutige Geisteskultur ist in ihrem Denken eigentlich - außer in der Mathematik - noch nicht über das bloße Vorstellen

hinausgekommen. Für den Geistesforscher ist es manchmal grotesk zu sehen, wie wenig die Menschen hinausgekommen sind über das bloße Vorstellen. Die Menschen glauben meistens, der Begriff stamme aus der Vorstellung und sei nur blasser, weniger inhaltsvoll als diese. Sie glauben zum Beispiel zum Begriff des Pferdes zu gelangen, indem sie nacheinander große, kleine, braune, weiße und schwarze Pferde in ihrer Wahrnehmung auftauchen sehen; und nun nehme ich mir - so urteilen die Menschen weiter - aus der Wahrnehmung dieser verschiedenen Pferde das allen Pferden Gemeinsame heraus und lasse das Trennende weg, und so gewinne ich den Begriff des Pferdes. - Man bekommt so aber nur eine abstrakte Vorstellung, niemals aber gelangt man so im strengen Sinne des Wortes zu dem Begriff des Pferdes. Ebenso wenig kommt man zu einem Begriff des Dreiecks, wenn man alle Arten von Dreiecken nimmt, das Gemeinsame nimmt und das Trennende wegläßt. Zu einem Begriff des Dreiecks kommt man nur, wenn man sich innerlich konstruiert die Figur dreier sich schneidender Linien. Mit diesem innerlich konstruierten Begriff treten wir an das äußere Dreieck heran und finden es dann mit dem innerlich konstruierten Bilde harmonierend.

Nur in bezug auf mathematische Dinge können die Menschen unserer heutigen Kultur sich aufschwingen zum Begriff. Zum Beispiel beweist man durch innerliche Konstruktion, daß die Winkelsumme im Dreieck gleich hundertachtzig Grad ist. Wenn aber einmal jemand anfängt, Begriffe auch anderer Dinge innerlich zu konstruieren, so erkennt ein großer Teil unserer Philosophen das gar nicht an. *Goethe* hat die Begriffe «Urpflanze», «Urtier» durch inneres Konstruieren geschaffen; nicht das Verschiedene wurde nur weggelassen, das Gleiche festgehalten, - wie vorhin am Beispiel des Pferdes gesagt. Die Urpflanze und das Urtier sind solche innerliche Geisteskonstruktionen. Aber wie wenige erkennen das heute an. Erst wenn man durch innerliche Konstruktion sich den Begriff des Pferdes, der Pflanze, des Dreiecks und so weiter aufbauen kann, und wenn dies sich mit der äußeren Wahrnehmung deckt, erst dann kommt man zum Begriff einer Sache. Die meisten Menschen wissen

heute kaum mehr, worum es sich handelt, wenn man von begrifflichem Denken spricht.

Nehmen wir einmal nicht mathematische Begriffe, und nehmen wir auch nicht Goethes Organik, wo er in wahrhaft grandioser Weise Begriffe geschaffen hat, sondern nehmen wir einmal den Begriff der Tugend. Man kann ja eine blasse allgemeine Vorstellung von der Tugend haben. Will man aber zu einem Begriffe der Tugend kommen, so muß man innerlich konstruieren, und man muß zu Hilfe nehmen den Begriff der Individualität. Man muß den Begriff der Tugend so konstruieren, wie man den Begriff des Kreises konstruiert. Es ist einige Mühe dazu notwendig, und es müssen verschiedene Elemente zusammengetragen werden, aber es ist ebenso möglich, wie das Konstruieren von mathematischen Begriffen. Die Moralphilosophen haben stets versucht, einen sinnlichkeitsfreien Begriff der Tugend zu geben. Es hat vor einiger Zeit einen Philosophen gegeben, der sich einen sinnlichkeitsfreien Begriff der Tugend nicht vorstellen konnte, und der diejenigen für Phantasten hielt, die derartiges behaupteten. Er erklärte, wenn er an die Tugend denke, so stelle er sich die Tugend vor als eine schöne Frau. Er trug also noch Sinnliches in den un-sinnlichen Begriff hinein. Und weil er sich keinen sinnlichkeitsfreien Begriff der Tugend vorstellen konnte, sprach er dies auch anderen ab.

Vertiefen Sie sich in die Ethik von Herbart, so finden Sie, daß bei ihm «Wohlwollen» und «Freiheit», diese ethischen Begriffe, nicht dadurch gebildet sind, daß man das Gemeinsame nimmt und das Trennende wegläßt, sondern er sagt zum Beispiel, das Wohlwollen umfasse das Verhältnis zwischen den eigenen Willensimpulsen und den vorgestellten Willensimpulsen einer anderen Person. - Er gibt also eine reine Begriffsbestimmung. So könnte man die ganze Moral durch reine Begriffe aufbauen wie die Mathematik, und wie es Goethe mit seiner Organik versuchte. Die allgemeine Vorstellung von der Tugend darf also nicht verwechselt werden mit dem Begriff der Tugend. Zu dem Begriff kommen die Menschen nach und nach auf dem Wege innerlicher Konstruktion.

Indem wir den Begriff des Begriffs vor uns hinstellen, bringen wir uns fort von allem Willkürlichen des Vorstellens. Dazu müssen wir

einmal ins Auge fassen den reinen Vorstellungsverlauf und den reinen Begriffsverlauf. Ich brauche nicht zu sagen, daß der Mensch bei einer Vorstellung von einem Dreieck immer nur dieses oder jenes Dreieck sich vorzustellen vermag. Wir müssen jetzt Rücksicht nehmen auf die Art der Verbindung bloßer Vorstellungen und die Art der Verbindung reiner Begriffe. Was regelt denn unser Vorstellungsleben? Wenn wir die Vorstellung einer Rose haben, so kann ganz von selbst die Vorstellung einer Person auftreten, die uns eine Rose geschenkt hat. Daran schließt sich vielleicht die Vorstellung von einem blauen Kleide, das die betreffende Person trug und so weiter. Solche Zusammenhänge nennt man: Assoziation der Vorstellungen. Dies ist aber nur die eine Art, wie die Menschen Vorstellungen miteinander verknüpfen. Sie tritt am reinsten da auf, wo der Mensch sich dem Vorstellungsleben ganz und gar überläßt. Aber auch noch nach anderen Gesetzen ist ein Aneinanderreihen von Vorstellungen möglich. Das sei an einem Beispiel gezeigt: Ein Junge sitzt im Walde unter hohen Bäumen. Ein Mensch kommt des Weges und bewundert das gute Bauholz. Guten Morgen, Zimmermann -, sagt der aufgeweckte Knabe. Ein anderer kommt und bewundert die Borke. Guten Morgen, Lohgerber -, sagt der aufgeweckte Knabe. Noch ein dritter kommt vorüber und bewundert den herrlichen Wuchs der Bäume. Guten Morgen, Maler -, sagt der Knabe. - Hier sehen also drei Menschen dasselbe, - die Bäume -, und bei jedem dieser drei Menschen treten Vorstellungen auf, die aber verschieden sind beim Zimmermann, beim Lohgerber und beim Maler. Es sind verschiedene Aneinandergliederungen der Vorstellungen, nicht bloße Assoziationen. Das kommt daher, daß der Mensch nach seinem inneren Elemente, seinem Seelengefüge, diese oder jene äußere Vorstellung mit einer anderen verbinden, nicht sich nur äußerlich den Vorstellungen überläßt. Der Mensch läßt hier die Kraft wirken, die aus seinem Inneren aufsteigt. Man nennt das: es arbeitet in ihm die Apperzeption. - Apperzeption und Assoziation sind die Kräfte, die die bloßen Vorstellungen aneinandergliedern durch äußerliche oder durch subjektive innere Beweggründe. Beide, Apperzeption und Assoziation wirken im bloßen Vorstellungsleben.

Ganz anders ist es im Begriffsleben. Wohin würden die Menschen kommen, wenn sie sich im Begriffsleben nur nach der Apperzeption des Subjekts und der zufälligen Assoziation richteten? Hier müssen sich die Menschen nach ganz bestimmten Gesetzen richten, die unabhängig sind von der Assoziation der Vorstellungen und von der Apperzeption des Subjektes. Wenn wir auf den bloßen äußerlichen Zusammenhang eingehen, finden wir nicht das innere Zusammengehören der Begriffe. Es gibt ein inneres Zusammengehören der Begriffe, und wir finden die Gesetzmäßigkeit hierfür in der formalen Logik.

Zunächst müssen wir jetzt hinschauen auf die Verbindung von zwei Begriffen. Wir verbinden den Begriff des Pferdes und den des Laufens, wenn wir sagen: Das Pferd läuft. - Solche Begriffsverbindung nennen wir ein «Urteil». Es handelt sich nun darum, daß die Begriffsverbindung so vorgenommen wird, daß nur richtige Urteile entstehen können. Hier haben wir zunächst nur eine Verbindung von zwei Begriffen, ganz unabhängig von der Assoziation und der Apperzeption. Wenn wir durch ihren Inhalt zwei Begriffe aneinanderfügen, so bilden wir ein Urteil. Eine Assoziation ist kein Urteil, denn man könnte zum Beispiel auch Stier und Pferd aus einer solchen heraus miteinander verbinden. Die Verbindung von Begriffen kann aber auch noch auf kompliziertere Weise geschehen. Wir können Urteil an Urteil fügen und kommen so zu einem «Schluß». Ein berühmtes altes Beispiel hierfür ist folgendes: Alle Menschen sind sterblich. Cajus ist ein Mensch. Also ist Cajus sterblich. - Zwei Urteile sind in diesen Sätzen richtig, also ist das aus ihnen gefolgerte dritte «Cajus ist sterblich» ebenfalls richtig. Ein Urteil ist die Zusammenfügung zweier Begriffe, eines Subjektes mit dem Prädikat. Wenn zwei Urteile zusammengefügt werden und daraus ein drittes folgt, so ist das ein Schluß. Man kann nun ein allgemeines Schema hierfür bilden: Ist «Cajus» das Subjekt (S) und «sterblich» das Prädikat (P), so haben wir in dem Urteil «Cajus ist sterblich» die Verbindung des Subjektes (S) mit dem Prädikat (P): S - P. Nach diesem Schema können wir Tausende von Urteilen bilden. Um aber zu einem Schluß zu kommen, müssen wir noch einen Mittelbegriff (M)

haben, in unserem Beispiele «Mensch», «Alle Menschen». So können wir für einen Schluß das Schema aufstellen:

M = P	Alle Menschen sind sterblich
S - M	Cajus ist ein Mensch
S = P	Also ist Cajus sterblich

Wenn dieser Schluß richtig sein soll, müssen die Begriffe genau so miteinander in Verbindung stehen, es darf niemals etwas vertauscht werden. Bilden wir zum Beispiel die Folge von Urteilen: Das Porträt ist einem Menschen ähnlich - Das Porträt ist ein Kunstwerk -, so dürfen wir nun nicht schließen: Also ist das Kunstwerk einem Menschen ähnlich. Dieser letztere Schluß wäre falsch. Worauf beruht nun hier der Fehler? Wir hätten hier das Schema:

M = P	Das Porträt ist einem Menschen ähnlich
M = S	Das Porträt ist ein Kunstwerk
Aber S ist nicht gleich P:	
	Das Kunstwerk ist nicht einem Menschen ähnlich

Wir haben hier das allgemeingültige Schema verkehrt. Es kommt also auf die Form des Schemas an, auf die Art und Weise der Verknüpfung, um zu wissen: Die erste Schlußfigur ist richtig, die zweite ist falsch. Es ist gleichgültig, wie die Verknüpfung der Begriffe sonst in unseren Gedanken vor sich geht; sie muß sein wie die erste Formel, um richtig zu sein.

Wir werden nun sehen, wie man einen gewissen gesetzmäßigen Zusammenhang kennenlernt, um eine Anzahl von solchen Figuren herausfinden zu können. Ein richtiges Denken verläuft nach ganz bestimmten solchen Schlußfiguren; sonst ist es eben ein falsches Denken. So leicht wie in diesem Beispiele liegen die Dinge aber nicht immer. Rein aus der Tatsache heraus, daß die Schlußfiguren falsch sind, könnte man heute oft aus den gelehrtesten Büchern herausfinden, daß das Gesagte nicht stimmen kann.

So gibt es innere Gesetze des Denkens wie die Gesetze der Mathematik; man könnte sagen eine Arithmetik des Denkens. Jetzt können Sie sich das Idealbild des richtigen Denkens vorstellen: alle Begriffe müssen nach den Gesetzen der formalen Logik gebildet werden. Die formale Logik hat aber gewisse Grenzen. Diese Grenzen müssen angewendet werden auf das menschliche Geistesleben. Dadurch würde man zu richtigen Einsichten gelangen und erkennen das Wesen der Trugschlüsse. Nach allen Regeln der Logik würde es den Gesetzen der Logik entsprechen, wenn wir sagten:

Alle Kretenser sind Lügner	$M = P$
Dieser ist ein Kretenser	$S = M$
Also ist er ein Lügner, also	$S = P$

Nun haben schon die alten Logiker bemerkt, daß das für alle Fälle stimmt, nur nicht für den Fall, daß es ein Kretenser selber sagt. In diesem Falle ist der Schluß ganz gewiß falsch. Denn wenn ein Kreter sagt «Alle Kreter lügen, also bin ich ein Lügner» -, so wäre das ja nicht wahr, daß die Kreter Lügner sind, und also sagte er die Wahrheit; und so weiter.

Etwas Ähnliches ist es mit allen Trugschlüssen, zum Beispiel mit dem sogenannten Krokodilschluß: Eine Ägypterin sah, wie ihr am Nil spielendes Kind von einem Krokodil ergriffen wurde. Auf die Bitten der Mutter verspricht das Krokodil, das Kind zurückzugeben, wenn die Mutter errät, was es jetzt tun werde. Die Mutter tut nun den Ausspruch: Du wirst mir mein Kind nicht wiedergeben. - Darauf das Krokodil: Du magst wahr oder falsch gesprochen haben, so habe ich das Kind nicht zurückzugeben. Denn ist deine Rede wahr, so erhältst du es nicht wieder nach deinem eigenen Ausspruch. Ist sie aber falsch, so gebe ich es nicht zurück laut unserer Übereinkunft. - Die Mutter: Ich mag wahr oder falsch gesprochen haben, so mußt du mir mein Kind wiedergeben. Denn ist meine Rede wahr, so mußt du mir es geben laut unserer Übereinkunft; ist sie aber falsch, so muß das Gegenteil wahr sein. Du wirst mir mein Kind zurückgeben.

Ebenso ist es mit dem Schluß, der einen Lehrer und einen Schüler betroffen hat. Der Lehrer hat den Schüler die Rechtswissenschaft gelehrt. Der Schüler soll die letzte Hälfte des Honorars erst zahlen, wenn er seinen ersten Prozeß gewonnen hat. Nach vollendetem Unterricht zögert der Schüler mit dem Beginn der Rechtspraxis und darum auch mit der Bezahlung. Endlich verklagt ihn der Lehrer und sagt dabei zu ihm: Törichter Jüngling! Auf jeden Fall mußt du jetzt zahlen. Denn gewinne ich den Prozeß, so mußt du zahlen laut richterlicher Erkenntnis; gewinnst du, so mußt du zahlen laut Vertrag, denn du hast deinen ersten Rechtsstreit gewonnen. - Der Schüler aber: Weiser Lehrer! Auf keinen Fall brauche ich zu bezahlen. Denn sprechen die Richter für mich, so habe ich nichts zu zahlen gemäß richterlicher Erkenntnis; entscheiden sie aber gegen mich, so bezahle ich nichts laut unserem Vertrag.

So gibt es unzählige solcher Trugschlüsse, die formal ganz richtig sind. Die Sache liegt darin, daß die Logik auf alles anwendbar ist, nur nicht auf sich selber. In dem Augenblicke, wo auf das Subjekt selber zurückgegriffen wird, löst sich die formale Logik auf. Es ist das ein Spiegelbild für etwas anderes: Wenn wir übergehen von den drei Leibern des Menschen zum Ich, werden alle Dinge anders. Das Ich ist der Schauplatz der Logik, die aber nur auf anderes angewendet werden darf, nicht auf sich selbst. Es kann nie irgendeine Erfahrung durch die Logik gemacht, sondern durch die Logik kann nur Ordnung in die Erfahrungen gebracht werden.

FORMALE LOGIK II

Berlin, 28. Oktober 1908

Es ist natürlich nicht möglich, dieses Thema über Logik so weit auszuführen innerhalb dieser Tage, als es wünschenswert wäre. Wenn man erschöpfend hierüber sprechen wollte, so müßte man eine Art von Kursus halten. Deshalb nehmen Sie das hier Gesagte nur als einige skizzenhafte Andeutungen. Es soll auch gar nicht systematisch vorgegangen werden, sondern nur einige der elementaren logischen Wahrheiten möchte ich vor Sie hinstellen, damit Sie etwas haben, was Sie vielleicht gerade brauchen können.

Wir haben uns einen Begriff gebildet von dem Begriff selber, haben gehört, was ein Urteil ist und wie ein Schluß entsteht, nämlich durch die Verbindung von Urteilen. Es ist gesagt worden, daß es gewisse innere Gesetze der Denktechnik gibt, die bestimmen, wie man die Urteile zu verbinden hat, wenn man richtige Schlüsse gewinnen will. Die Urform des Schlusses haben wir in der ersten Schlußform gegeben an dem Beispiel: Alle Menschen sind sterblich. Cajus ist ein Mensch. Also ist Cajus sterblich. - Wir haben in dem Obersatz - Alle Menschen sind sterblich - das erste Urteil; und wir haben in dem Untersatz - Cajus ist ein Mensch - ein zweites Urteil. Es handelt sich nun darum, durch innere Gesetzmäßigkeit aus der Verbindung dieser zwei Urteile ein neues folgen zu lassen: Also ist Cajus sterblich. - Diesen letzten Satz nennen wir den Schlußsatz. Wir sehen, worauf dieser Schlußsatz beruht: Wir haben zwei Sätze, die gegeben sind, die vorliegen müssen; wir wissen, was sie aussagen. Es handelt sich nun darum, daß wir bei diesen beiden gegebenen Sätzen den Mittelbegriff fortlassen. Der Subjektsbegriff des Obersatzes war: «Alle Menschen», der Prädikatsbegriff «sterblich». Im Untersatz hatten wir den Subjektsbegriff «Cajus» und den Prädikatsbegriff «Mensch». Im Schlußsatz bleiben die beiden Begriffe, die in beiden Sätzen vorhanden waren, weg, nämlich der Begriff «Mensch». Daß wir den Schlußsatz bilden können, hängt davon ab, wie dieser Mittelbegriff «Mensch» in

Ober- und Untersatz drinnen steht. Unser Schema war: $M = P$; $S = M$; $S = P$.

Daß wir den Schlußsatz so bilden dürfen, kommt her von der Verteilung der Begriffe in *den* Obersätzen. Wäre sie anders, *so* dürfte nicht so geschlossen werden wie in dem neulich angegebenen Beispiel: Die Photographie ist dem Menschen ähnlich (Obersatz); die Photographie ist ein mechanisches Erzeugnis (Untersatz). Würden wir den Mittelbegriff, der in beiden Sätzen enthalten ist, fortlassen, so könnte hier kein gültiger Schlußsatz gebildet werden. Das liegt daran, daß in beiden Sätzen der Mittelbegriff in der gleichen Weise als Subjekt mit dem Prädikat verbunden ist. Der Mittelbegriff muß einmal vorne stehen, einmal hinten; nur dann dürfen wir einen gültigen Schlußsatz bilden. Die Logik ist eine formale Kunst des Begriffbildens. Es zeigt sich schon in der Anordnung der Begriffe, wie man zu gültigen Schlüssen kommen kann. Wie die Zusammenfügung der Begriffe sein muß, das müssen wir uns als Gesetze aneignen. Wir könnten auch sagen, diese formale Logik umfaßt die Lehre von den Begriffen, Urteilen und Schlüssen.

Nun werden wir uns in einigen Bemerkungen mit den Urteilen befassen. Man kann über die Urteile gewisse Gesetze aufstellen. Die Gesetze des Schlusses werden erst verständlich, wenn die Lehrsätze über die Begriffe und Urteile schon gewonnen sind. Heute wollen wir uns also zunächst befassen mit den Gesetzen der Urteile und Begriffe.

Wenn wir beginnen mit dem Gesetze der Begriffe selber, so können wir einen solchen Begriff wie den Begriff «Löwe» vergleichen mit dem Begriff «Säugetier». Beides sind Begriffe, die wir uns bilden können. Sie unterscheiden sich durch folgendes. Denken Sie einmal darüber nach, was alles unter den Begriff «Säugetier» fällt. Es ist ein großer Umkreis einzelner Objekte, zum Beispiel Affen, Löwen, Beuteltiere und so weiter; das ist viel mehr, als wir unter dem Begriff «Löwe» zusammenfassen, welcher uns nur einen kleinen Ausschnitt von dem «Säugetier»-Begriff gibt. So unterscheiden sich alle Begriffe dadurch voneinander, daß man Begriffe hat, die über vieles sich erstrecken, und solche, die sich nur über ein kleines Gebiet erstrecken. Man sagt hier: Die Begriffe unterscheiden sich nach ihrem Umfang;

sie unterscheiden sich aber auch noch in anderer Hinsicht. Um den Begriff «Löwe» zu bestimmen, sind viele Eigenschaften nötig, viele Merkmale wie zum Beispiel Haut, Farbe, Tatzen, Zähne und so weiter. Alles dies, was da angeführt wird, um zu dem Begriffe «Löwe» zu kommen, nennt man den Inhalt des Begriffes. Der Begriff «Säugetier» hat wesentlich weniger Merkmale als der Begriff «Löwe». Wenn Sie Tiere mit bestimmter Haarfarbe unter den Begriff subsummieren würden, so würde das schon nicht mehr richtig sein. Wenn Sie den Begriff «Säugetier» bilden, so müssen Sie eine möglichst geringe Anzahl von Merkmalen haben, einen geringen Inhalt, etwa nur das Merkmal, daß es lebendige Junge zur Welt bringt und daß es sie säugt. So haben wir in «Säugetier» einen Begriff mit geringem Inhalt und großem Umfang, und im «Löwen» umgekehrt. Es gibt also Begriffe mit großem Umfang und geringem Inhalt, und Begriffe mit geringem Umfang und großem Inhalt. Je größer der Umfang eines Begriffes ist, desto kleiner der Inhalt; je größer der Inhalt, desto kleiner der Umfang. So unterscheiden sich die Begriffe nach Inhalt und Umfang.

Betrachten wir jetzt in ähnlicher Weise die Urteile. Wenn Sie aussprechen das Urteil: Alle Menschen sind sterblich -, so haben Sie ein anderes Urteil als: Das Krokodil ist kein Säugetier. - Der Unterschied zwischen beiden ist der: In dem einen Falle wird etwas bejaht, die Begriffe sind so zusammengebracht, daß sie sich vertragen. Im zweiten Falle vertragen sich die Begriffe nicht, sie schließen sich aus; hier haben wir ein verneinendes Urteil. So unterscheiden wir also bejahendes und verneinendes Urteil oder affirmatives und negatives Urteil. Es gibt noch andere Unterschiede in bezug auf das Urteil. Alle Menschen sind sterblich -, das Urteil ist so, daß etwas ganz anderes damit gegeben wird als mit: Einige Blumen sind rot. - Im ersten Falle gilt die Eigenschaftsaussage für den ganzen Umfang des Subjektbegriffes, im zweiten Falle können noch andere Merkmale hinzugetan werden. Das letztere Urteil bezeichnet man im Gegensatz zum ersten als besonderes, als partikulares Urteil gegenüber einem allgemeinen, einem universellen Urteil. Wir haben also affirmative und negative, universelle und partikuläre Urteile.

Man kann noch andere Unterscheidungsmerkmale bei den Urteilen finden, zum Beispiel kann das Urteil so gefällt werden, daß es nach dem Muster ist: Alle Menschen sind sterblich -, oder aber das Urteil kann so ausgesprochen werden: Wenn die Sonne scheint, so ist es hell. - Das erste Urteil stellt Subjekts- und Prädikatsbegriffe unbedingt zusammen, das zweite vereinigt Subjekts- und Prädikatsbegriff nicht unbedingt, sondern ist nur bedingt. Es sagt nur aus, daß der Prädikatsbegriff da ist, wenn der Subjektsbegriff auch da ist, sonst nichts. Das erste - Alle Menschen sind sterblich - ist ein absolutes oder unbedingtes Urteil, das zweite - Wenn die Sonne scheint, ist es hell - ist ein hypothetisches Urteil. Es gibt also absolute oder unbedingte Urteile und hypothetische oder bedingte Urteile. Noch viele solche Eigenschaften der Urteile könnten angeführt werden; aber es soll ja nur einmal gezeigt werden, daß etwas von dem Wissen über diese Unterschiede abhängt. Man muß die Begriffstechnik beherrschen, um richtige Schlüsse ziehen zu können.

Wenn Sie zum Beispiel unseren Schluß nach der ersten Schlußfigur nehmen: Alle Menschen sind sterblich. Cajus ist ein Mensch. Also ist Cajus sterblich -, so haben wir im Obersatz ein allgemeines Urteil, im Untersatz ein einzelnes oder singuläres Urteil, weil es nur auf einen einzelnen, auf Cajus angewandt ist. Dies ist eine Unterform des partikularen Urteils. Diese Anordnung der Urteile darf sein; sie gibt einen richtigen Schluß. Versuchen wir aber einmal eine andere Anordnung. Nehmen wir zum Beispiel den Obersatz: *Einige* Frauen haben rote Kleider -, so ist das ein partikulares Urteil. Und jetzt sagen wir: Frau NN ist eine Frau. - Nun darf ich nicht schließen: Also hat Frau NN ein rotes Kleid. - Das darf ich nicht, denn es ist unstatthaft, nach dieser Schlußfigur dann zu schließen, wenn der Obersatz ein partikulares Urteil enthält. Nur dann, wenn der Obersatz ein universelles Urteil ist, ist diese Schlußfigur richtig. So können hier wieder bestimmte Gesetze aufgestellt werden. - Wir könnten nun auch andere Eigenschaften der Urteile anführen. Wir haben gesagt, es kann ein Urteil affirmativ oder negativ sein. Nehmen wir ein negatives Urteil: Das Krokodil ist kein Säugetier. Dieses Tier ist ein Krokodil. - Hier darf geschlossen werden: Also ist dieses Tier

kein Säugetier - Der Obersatz darf also sowohl affirmativ als auch negativ sein.

Es gibt also eine bestimmte Denktechnik, eine Gesetzmäßigkeit des Denkens, die formal ist, das heißt ganz unabhängig vom Inhalt. Wenn wir diese formale Technik beachten, so denken wir richtig, im anderen Falle aber denken wir falsch. Nach dieser Denktechnik, dieser Gesetzmäßigkeit des Denkens, müssen wir uns richten, um zu richtigen Schlüssen zu kommen.

Wir haben nun noch eine berühmte, von Kant stammende Einteilung in analytische und synthetische Urteile. Es kann ja heute gerade den Menschen, die etwas Philosophie treiben, sehr häufig diese Einteilung entgegnetreten. Welches ist nun der Unterschied im Kantischen Sinne? Ein analytisches Urteil ist dasjenige, welches in dem Subjektbegriff schon den Prädikatbegriff mit enthält. Dagegen beim synthetischen Urteil enthält der Subjektbegriff nicht notwendigerweise den Prädikatbegriff. Zum Beispiel der Satz: Der Körper ist ausgedehnt - ist ein analytisches Urteil, denn man kann sich keinen Körper denken, ohne zugleich seine Ausdehnung mitzudenken. «Ausgedehnt» ist nur ein Merkmal des Begriffes «Körper». Ein synthetisches Urteil aber ist so, daß im Subjektbegriff noch nicht der Prädikatbegriff enthalten ist. Subjekt und Prädikat werden durch einen äußeren Grund zusammengeführt. Zum Beispiel: Der Körper ist schwer -, ist nach Kant ein synthetisches Urteil. Denn er meint, der Begriff der Schwere sei erst durch äußere Gründe, durch das Gesetz der Anziehung mit dem Begriff des Körpers verbunden. Beim synthetischen Urteil liegt also eine losere Verbindung der Begriffe vor.

Es ist viel Unfug getrieben worden mit den Begriffen von analytischen und synthetischen Urteilen in der neueren Philosophie. Mir schien immer das Lichtbringendste die Geschichte zu sein, die einmal einem Examinanden an einer deutschen Universität passiert sein soll. Er kam am Vorabend des Examens zu einem Freunde und bat diesen, ihm schnell noch einige Begriffe der Logik beizubringen. Der Freund sah aber die Nutzlosigkeit eines solchen Beginns ein und riet ihm, lieber so zu gehen und es auf Glück ankommen zu las-

sen. Am anderen Tage bekam der Examinand die Frage vorgelegt: Wissen Sie, was das ist: ein analytisches Urteil? - Die traurige Antwort war: Nein. - Darauf der Professor: Das ist sehr gut geantwortet, ich kann es nämlich auch nicht sagen. Und was ist ein synthetisches Urteil? - Der Student, kühner geworden, antwortete wieder: Ich weiß es nicht. - Da sagt der Professor sehr zufrieden: Sie haben den Geist der Sache erfaßt. Ich gratuliere Ihnen, Sie bekommen eine gute Zensur! - In einer gewissen Beziehung scheint mir in der Tat die Sache lichtbringend zu sein. Denn der Unterschied zwischen beiden Urteilsarten ist in der Tat ein schwebender: es kommt darauf an, was man bei dem Begriff gedacht hat. Einer fügt zum Beispiel dem Körper den Begriff der Ausdehnung hinzu; wer dagegen den Begriff der Schwere hinzufügt, bringt von Anfang an mehr in den Begriff hinein als der andere. Es handelt sich jetzt darum, daß wir erkennen, was für ein wirklich Reales dem Zusammenfügen der Begriffe zu Urteilen zugrundeliegt, respektive was das geheime Ziel alles Urteilens ist. Das Urteilen ist in der Tat *zunächst* rein formal.

Es ist aber etwas mit dem Urteilen verknüpft, was Ihnen am klarsten dadurch werden wird, daß Sie sich folgende zwei Urteile nebeneinanderstellen. Nehmen wir einmal an - nicht wahr, wir bleiben auf dem physischen Plane -, wir haben das Urteil: Der Löwe ist gelb. - Wenn Sie dieses Urteil bilden, so kann es richtig sein. Nehmen wir aber an, irgend jemand phantasiiere sich irgendeinen Begriff aus, ein Tier, halb Löwe, ein Viertel Walfisch und ein Viertel Kamel. Er könnte es sich ganz gut zusammenphantasieren; er nennt es, sagen wir, «Taxu». Er könnte nun das Urteil bilden: Dieses Tier ist schön. - Dieses Urteil gilt in formaler Beziehung ganz so wie das Urteil: Der Löwe ist gelb. - Wie unterscheide ich denn jetzt das gültige vom ungültigen Urteilen? - Da kommen wir jetzt zu einem Kapitel, wo wir das Kriterium finden müssen für die Fähigkeit, ein Urteil überhaupt zu bilden. Sie können das Urteil: Der Löwe ist gelb - jederzeit umändern, nämlich so, daß Sie sagen: Ein gelber Löwe -, oder: Der gelbe Löwe *ist*. - Aber wir können nicht sagen: Ein schönes Taxu ist. - Dies führt zu einem Kriterium für die Gültigkeit eines Urteils: Man muß den Prädikatsbegriff in den Subjektsbegriff

hineinnehmen können und ein Existentialurteil daraus machen können. Die Umwandlung eines formalen Urteils in ein existenciales Urteil durch Beigabe des Prädikates zum Subjekt bildet also das Kriterium für die Gültigkeit. Im ersten Falle vereint die [empirische] Notwendigkeit den Begriff «gelb» mit «Löwe», im zweiten Falle setzt man bei der Bildung des Begriffs voraus, daß das Subjekt einem existentialen Urteil entnommen sei, während es tatsächlich nur einem formalen Urteil entsprang.

Das ist ein Kriterium für die Gültigkeit eines jeden Urteils. Die formale Richtigkeit eines Urteils ist nur von der richtigen Verbindung der Begriffe abhängig, aber die Gültigkeit eines Urteils hängt ab von dem Existentialurteil. Ein formales Urteil wird dadurch umgewandelt in ein Existentialurteil, daß man dem Subjekte das Prädikat beigibt; man bereichert das Subjekt. Und das ist ja gerade das Ziel des Urteilens und auch des Schließens: die Bildung von solchen Begriffen, die Gültigkeit haben. Bilden Sie das Urteil: Ein gelber Löwe ist -, so haben Sie nicht nur auf formale Richtigkeit, sondern auch auf Gültigkeit hin gedacht. Jetzt sehen Sie, daß allerdings die formale Logik die Möglichkeit bietet, uns sozusagen auszufüllen mit richtigen Begriffen, daß aber die Bildung gültiger Urteile das ist, was wir ins Auge fassen müssen; und gültige Urteile sind nicht aus der bloßen formalen Logik zu gewinnen. Das Existentialurteil in unserem Beispiel - Der gelbe Löwe ist - war aus der äußeren Sinnesbeobachtung gewonnen. Die formale Logik gibt uns die Möglichkeit, zu richtigen Begriffen zu kommen; wir können uns mit ihrer Hilfe recht fruchtbare Begriffe machen. Für die Gültigkeit von Urteilen aber wird die Logik sich doch von inhaltlichen Gesichtspunkten befruchten lassen müssen. Die Menschen machen sich gewöhnlich nicht recht klar, was Logik überhaupt ist. Wenn man aber gelernt hat, den Begriff richtig zu fassen, unabhängig vom Inhaltlichen, so ist das äußerst wichtig.

Gültigkeit und Formalität des Urteils sind zweierlei Dinge. Es werden nun dadurch, daß die Menschen sich keine rechte Rechenschaft darüber geben, wie eigentlich diese Dinge zusammenhängen, ganz große Theorien ausgesponnen, die von manchen Leuten für

unumstößlich angesehen werden, die aber in sich selbst zusammenfallen würden, wenn die Leute sich einmal den Unterschied zwischen «formaler Richtigkeit» und «Gültigkeit» klarmachen würden. Sie wissen, daß es eine moderne psychologische Schule gibt, welche die Willensfreiheit des Menschen strikte leugnet. Jede Handlung des Menschen, sagt sie, ist durch vorhergehende Ereignisse strikte bestimmt. Es gibt bestimmte Methoden, dieses zu belegen, und diese spielen ja heute in der Statistik zum Beispiel eine verhängnisvolle Rolle. Da untersucht zum Beispiel jemand, wie viele Menschen in Frankreich durch Selbstmord sterben. Das ist ja leicht, man braucht dabei gar nicht zu denken; man notiert die Zahlen während eines Zeitraumes von etwa fünf Jahren, dann untersucht man es für weitere fünf Jahre und so fort. Dann findet der Betreffende, daß zwischen diesen Zahlen ein gewisser Unterschied besteht. Nun nimmt er größere Zahlen, vergleicht von zwanzig zu zwanzig Jahren und findet, daß hier die Selbstmordzahlen fast gleich sind; ganz gleich natürlich nicht, weil sich die Verhältnisse ändern, - sagen wir, sie nehmen in einer gewissen Proportion zu. Man findet so ein Zahlengesetz, nach welchem man voraussagen kann, wieviele Selbstmorde innerhalb einer gewissen Periode vorkommen werden, wieviele Personen in einem gewissen Zeitraum durch Selbstmord sterben müssen. Nun gibt es Leute die sagen: wenn man vorausberechnen kann, wieviele Menschen Selbstmord begehen würden, wie könne da noch von Freiheit des Menschen gesprochen werden? Ebenso ist es mit dem Abschätzen von zukünftigen Verbrechen. Nach einer unabänderlichen Kausalität - so sagt man - müßten soundso viele Menschen zu Verbrechern werden. - Es soll hier nicht gesagt werden, daß das Gesetz nicht gültig sei. In gewisser Weise ist es durchaus praktisch anwendbar für gewisse Fälle. Aber in dem Augenblick wird das ärgste Mißverständnis die Folge sein, wo das Gesetz angewandt wird, das Wesen der Dinge oder die menschliche Wesenheit zu erforschen und zu ergründen.

Denken wir an Versicherungsgesellschaften, die mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung arbeiten. Man kommt zu ganz bestimmten Formeln dadurch, daß man durch die Erfahrung herausgebracht

hat: Eine bestimmte Anzahl von je hundert verheirateten zwanzigjährigen Menschen werden im Verlaufe von dreißig Jahren den anderen Ehegatten durch den Tod verlieren. Man prüft den Prozentsatz innerhalb einer bestimmten Zeitspanne und richtet sich bei der Festsetzung der Versicherungsprämien danach. Es ist durchaus praktisch, solche Gesetze im Versicherungswesen anzuwenden; sie treffen zu, diese Gesetze; aber sie gehen nicht auf etwas Tieferes ein. Die Sache wird komisch, wenn wir die Gesetze tiefer nehmen! Denken wir uns, jemandem würde das Material einer solchen Versicherungsanstalt vorgelegt, und er findet: Da lebt noch ein Ehegatte, der eigentlich unbedingt schon hätte sterben müssen; dieser ist aber gesund, und nach seiner inneren Wesenheit fällt es ihm gar nicht ein, schon zu sterben. - Trotzdem kommt die Versicherungsgesellschaft doch zu ihrem Recht, denn die formalen Gesetzmäßigkeiten gelten sehr wohl in der Welt, aber man kann durch solche Gesetze nicht in das Innere einer Wesenheit hineinschauen. Und so verhält es sich auch mit all den Naturgesetzen, die nur durch das Sammeln äußerer Beobachtungen gewonnen werden. Man erlangt nur einen Begriff über den äußeren Verlauf der Tatsachen, kann aber nicht auf das innere Wesen einer Sache oder eines Menschen schließen, zum Beispiel darauf, ob dieser gesund oder krank ist. So können Sie auch niemals aus Beobachtung der Erscheinungen des Lichtes zu einem Begriff über das Wesen des Lichtes kommen. Das muß man im Auge behalten, sonst kommt man zu Resultaten wie zum Beispiel *Exner* in seiner letzten Rektoratsrede in Wien.

Die äußeren Tatsachen sind unmaßgebend für das innere Wesen einer Sache. Es herrscht hierüber noch sehr viel unklares Denken in der Menschheit. Es soll nicht behauptet werden, daß man durch die Logik denken lernen könne; das ist ebensowenig möglich, wie man durch die Harmonielehre ein Musiker werden kann. Aber die Logik ist nötig zum richtigen Denken, wie die Harmonielehre nötig ist zum Komponieren für den richtigen Musiker. Man muß wissen, wie Urteile und Schlüsse gebildet werden. Wir müssen aber stets in derselben Region bleiben, wenn wir formal richtige Urteile fällen wollen. So ist zum Beispiel der Schluß: Alle Menschen sind sterblich.

Ich bin ein Mensch. Also bin ich sterblich - scheinbar kein Trugschluß, weil hier auf das Subjekt zurückgegriffen wird. Die Gesetze der Logik gelten jedoch nur, wenn man auf derselben Ebene bleibt. Der Schluß «Also bin ich sterblich» bezieht sich nur auf den Körper. Unser Ich gehört jedoch einer anderen Ebene an, es ist nicht sterblich. Der Schluß: «Also ist das Ich sterblich» ist deshalb falsch. Solche formalen Irrtümer findet man vielfach bei heutigen Gelehrten.